

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να απλοποιηθεί η παράσταση: $x^2(x + 3) + x^3(x + 2)$ και να υπολογιστεί η τιμή της για $x=2$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Να απλοποιηθεί η παράσταση: $\frac{x^2-4}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2}$ και να υπολογιστεί η τιμή της για $x=0$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) x^2 + ax^3 + \beta + \beta ax =$$

$$\beta) (x - 1)^3 - (1 - x)^2 - (x - 1) =$$

$$\gamma) x^2 - a^2 - 5x\beta - 5\beta a =$$

$$\delta) 9x^3 - 4x =$$

$$\epsilon) (a + a^2)^2 + (1 + a)^3 =$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$\frac{x + 4}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x}{x^2 - 9} + \frac{2}{3 - x} =$$

ΘΕΜΑ 5^ο

Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$2(x + 2)^2 - 3(x + 3)^3 + 2x(2x + 1)^2 - 4x(2x + 1)(2x - 1) =$$

ΘΕΜΑ 6^ο

α. Να συμπληρώσετε τις ισότητες

$$(\alpha + \beta) \cdot (\beta - \alpha) =$$

$$(\beta - \alpha)^3 =$$

$$a^2 + \beta^2 + 2a\beta =$$

β. Τι ονομάζεται μονώνυμο και τι πολυώνυμο;

γ. Αν το άθροισμα τριών μονώνυμων είναι μονώνυμο, τι συμπεραίνετε για τα τρία μονώνυμα;

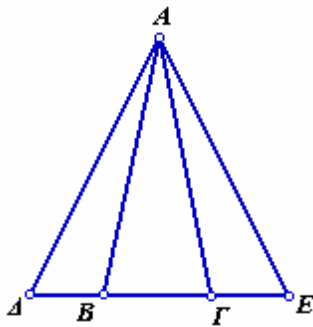
ΘΕΜΑ 7^ο

Να απλοποιηθεί η κλασματική παράσταση:

$$A = \frac{x^3 + 5x^2 + 4x}{x^3 - 16x} \text{ και στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση } A = 2.$$

ΘΕΜΑ 8^ο

Στο παρακάτω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) είναι ΒΔ = ΓΕ. Να δείξετε ότι:



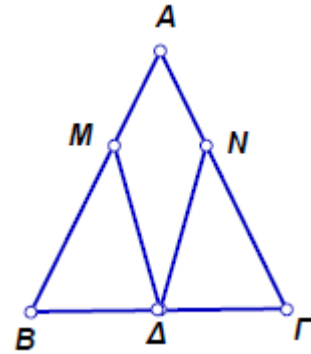
α. Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές

β. Οι αποστάσεις των Β και Γ από τις ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 9^ο

Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) παίρνουμε στις ίσες του πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα τα σημεία Μ και Ν, ώστε $AM = \frac{1}{3}AB$ και $AN = \frac{1}{3}AG$.

Αν Δ είναι το μέσο της ΒΓ, να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΔΝ.

**ΘΕΜΑ 10^ο**

α) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: $x^3 - 25x$ και $3x^4 + 15x^3$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^3 - 25x}{3x^4 + 15x^3} =$

ΘΕΜΑ 11^ο

Δίνεται το κλάσμα: $A = \frac{ax + 2ay - x - 2y}{a^2 - 5a + 4}$

- 1) Να παραγοντοποιήσετε τον αριθμητή του κλάσματος.
- 2) Να παραγοντοποιήσετε τον παρονομαστή του κλάσματος.
- 3) Να απλοποιήσετε το κλάσμα.

ΘΕΜΑ 12^ο

Να λυθεί η εξίσωση: $9(x^2 - 2) - 8x = 4x(2x - 1) + 14$

ΘΕΜΑ 13^ο

Δίνεται η παράσταση: $A = (x - 1)^2 + 2(x - 1)(x + 1) + 3x - x^2 - 5$

Να αποδείξεις ότι: α) $A = 2x^2 + x - 6$ β) Να λυθεί η εξίσωση $A = 0$.

ΘΕΜΑ 14^ο:

Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{2}{3-3x} + \frac{5x+3}{6x^2-6} =$$

ΘΕΜΑ 15^ο

Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα:

$$\frac{2\omega}{\varphi - 2\omega} + \frac{\varphi}{2\omega + \varphi} + \frac{4\omega\varphi}{4\omega^2 - \varphi^2} = \frac{\varphi - 2\omega}{\varphi + 2\omega}$$

ΘΕΜΑ 16^ο

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{a\beta} \right) \div \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\beta} \right)^2 =$$

$$\beta) \left(1 + \frac{2xy}{x^2+y^2} \right) \cdot \left(\frac{x-y}{x+y} - \frac{x}{y} \right) =$$

ΘΕΜΑ 17^ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x+1)(x-3) = (x+1)(2x+5)$$

$$\beta) (x+3)^2 - 3(x^2 - 9) = -x - 3$$

ΘΕΜΑ 18^ο

α) Συμπληρώστε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

β) Να αποδείξετε τις δύο πρώτες:

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

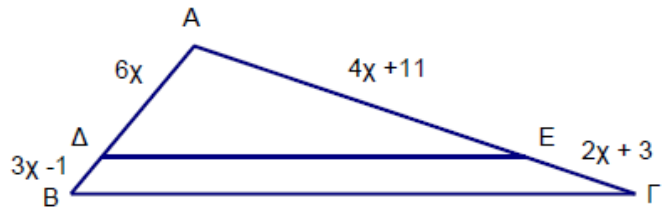
$$(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

ΘΕΜΑ 19^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E \parallel B\Gamma$.

Αν είναι $AE = 4\chi + 11$, $AD = 6\chi$,

$\Delta B = 3\chi - 1$ και $E\Gamma = 2\chi + 3$, να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$ και $E\Gamma$.

**ΘΕΜΑ 20^ο**

Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $(x - 2)[(x + 2)^2 - 2x] = x^3 + 8$

β) $(\alpha + 3)^3 - (\alpha + 3)(\alpha^2 - 3\alpha + 9) = 9\alpha(\alpha + 3)$

ΘΕΜΑ 21^ο

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α) $(5\alpha - 2\beta)^2 + 3(3\alpha - 2\beta)^2 - (3\alpha + 4\beta)^2 =$

β) $(x-1)(x+1) - 2(x + 1)^2 =$

γ) $(-x - y)^2 + (x - y)^2 + (x - y)(-x - y) =$

ΘΕΜΑ 22^ο

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $a^3 + 7a^2 + 3a + 21 =$

β) $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta - \alpha - \beta =$

γ) $\mu\chi + \nu\chi + \alpha\chi - \mu - \nu - \alpha =$

δ) $(x - 4)^2 - 25 =$

ε) $36y^2 - (2x - y)^2 =$

στ) $4a^2(\beta^2 - 1) + 4\beta^2(1 - \beta^2) =$

ΘΕΜΑ 23^ο

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

β) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$a^2\beta^2x^4 - (\alpha^4 + \beta^4)x^2 + \alpha^2\beta^2 =$$

ΘΕΜΑ 24^ο

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{3x+6}{x^2} \cdot \frac{5x}{x+3} =$

β) $\frac{a^2-\beta^2}{3\alpha+6\beta} \cdot \frac{4a+8\beta}{2a+2\beta} =$

γ) $\frac{2a-1}{a-\beta} \div \frac{5-10a}{3\beta-3a} =$

δ) $\frac{a^2-9}{2a-10} \div \frac{3-a}{15-3a} =$

ΘΕΜΑ 25^ο

Η γενική μορφή της εξίσωσης β' βαθμού είναι: $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$

α) Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$\Delta = \dots\dots\dots$ (όπου Δ η διακρίνουσα)

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$ (όπου $x_{1,2}$ οι λύσεις της εξίσωσης)

β) Πώς η διακρίνουσα καθορίζει την ύπαρξη και τον αριθμό λύσεων της δευτεροβάθμιας εξίσωσης;

ΘΕΜΑ 26^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$

Να υπολογίσετε το χ .

