

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

### ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Να απλοποιηθεί η παράσταση :  $x^2(x + 3) + x^3(x + 2)$  και να υπολογιστεί η τιμή της για  $x=2$ .

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $\frac{x^2-4}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2}$  και να υπολογιστεί η τιμή της για  $x=0$ .

#### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) x^2 + ax^3 + \beta + \beta ax =$$

$$\beta) (x - 1)^3 - (1 - x)^2 - (x - 1) =$$

$$\gamma) x^2 - a^2 - 5x\beta - 5\beta a =$$

$$\delta) 9x^3 - 4x =$$

$$\epsilon) (a + a^2)^2 + (1 + a)^3 =$$

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$\frac{x + 4}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x}{x^2 - 9} + \frac{2}{3 - x} =$$

#### ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup>

Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$2(x + 2)^2 - 3(x + 3)^3 + 2x(2x + 1)^2 - 4x(2x + 1)(2x - 1) =$$

**ΘΕΜΑ 6<sup>ο</sup>**

α. Να συμπληρώσετε τις ισότητες

$$(\alpha + \beta) \cdot (\beta - \alpha) =$$

$$(\beta - \alpha)^3 =$$

$$a^2 + \beta^2 + 2a\beta =$$

β. Τι ονομάζεται μονώνυμο και τι πολυώνυμο;

γ. Αν το άθροισμα τριών μονώνυμων είναι μονώνυμο. Τι συμπεραίνετε για τα τρία μονώνυμα;

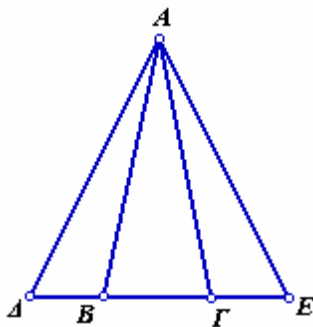
**ΘΕΜΑ 7<sup>ο</sup>**

Να απλοποιηθεί η κλασματική παράσταση:

$$A = \frac{x^3 + 5x^2 + 4x}{x^3 - 16x} \text{ και στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση } A = 2.$$

**ΘΕΜΑ 8<sup>ο</sup>**

Στο παρακάτω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) είναι ΒΔ = ΓΕ. Να δείξετε ότι:



α. Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές

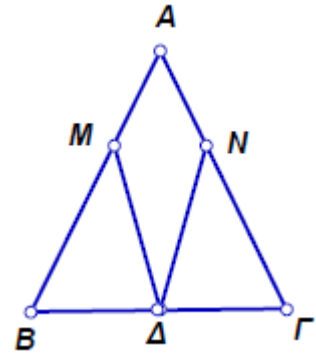
β. Οι αποστάσεις των Β και Γ από τις ΑΔ και ΑΕ

αντίστοιχα είναι ίσες.

**ΘΕΜΑ 9<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) παίρνουμε στις ίσες του πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα τα σημεία Μ και Ν, ώστε  $AM = \frac{1}{3} AB$  και  $AN = \frac{1}{3} AG$ .

Αν Δ είναι το μέσο της ΒΓ, να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΔΝ.

**ΘΕΜΑ 10<sup>ο</sup>**

α) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:  $x^3 - 25x$  και  $3x^4 + 15x^3$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:  $\frac{x^3 - 25x}{3x^4 + 15x^3} =$

**ΘΕΜΑ 11<sup>ο</sup>**

Δίνεται το κλάσμα :  $A = \frac{ax + 2ay - x - 2y}{a^2 - 5a + 4}$

- 1) Να παραγοντοποιήσετε τον αριθμητή του κλάσματος.
- 2) Να παραγοντοποιήσετε τον παρονομαστή του κλάσματος.
- 3) Να απλοποιήσετε το κλάσμα.

**ΘΕΜΑ 12<sup>ο</sup>**

Να λυθεί η εξίσωση:  $9(x^2 - 2) - 8x = 4x(2x - 1) + 14 =$

**ΘΕΜΑ 13<sup>ο</sup>**

Δίνεται η παράσταση :  $A = (x - 1)^2 + 2(x - 1)(x + 1) + 3x - x^2 - 5$

Να αποδείξεις ότι : α)  $A = 2x^2 + x - 6$  β) Να λυθεί η εξίσωση  $A = 0$ .

**ΘΕΜΑ 14<sup>ο</sup>:**

Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{2}{3-3x} + \frac{5x+3}{6x^2-6} =$$

**ΘΕΜΑ 15<sup>ο</sup>**

Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα:

$$\frac{2\omega}{\varphi - 2\omega} + \frac{\varphi}{2\omega + \varphi} + \frac{4\omega\varphi}{4\omega^2 - \varphi^2} = \frac{\varphi - 2\omega}{\varphi + 2\omega}$$

**ΘΕΜΑ 16<sup>ο</sup>**

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{a\beta} \right) \div \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{\beta} \right)^2 =$$

$$\beta) \left( 1 + \frac{2xy}{x^2+y^2} \right) \cdot \left( \frac{x-y}{x+y} - \frac{x}{y} \right) =$$

**ΘΕΜΑ 17<sup>ο</sup>**

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x+1)(x-3) = (x+1)(2x+5)$$

$$\beta) (x+3)^2 - 3(x^2 - 9) = -x - 3$$

**ΘΕΜΑ 18<sup>ο</sup>**

α) Συμπληρώστε τις παρακάτω ταυτότητες:

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

β) Να αποδείξετε τις δύο πρώτες:

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

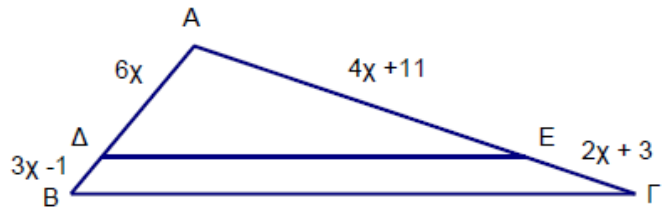
$$(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

**ΘΕΜΑ 19<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $\Delta E \parallel B\Gamma$ .

Αν είναι  $AE = 4\chi + 11$ ,  $AD = 6\chi$ ,

$\Delta B = 3\chi - 1$  και  $E\Gamma = 2\chi + 3$ , να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα  $A\Delta$  και  $E\Gamma$ .

**ΘΕΜΑ 20<sup>ο</sup>**

Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α)  $(x - 2)[(x + 2)^2 - 2x] = x^3 + 8$

β)  $(\alpha + 3)^3 - (\alpha + 3)(\alpha^2 - 3\alpha + 9) = 9\alpha(\alpha + 3)$

**ΘΕΜΑ 21<sup>ο</sup>**

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

α)  $(5\alpha - 2\beta)^2 + 3(3\alpha - 2\beta)^2 - (3\alpha + 4\beta)^2 =$

β)  $(x-1)(x+1)-2(x+1)^2=$

γ)  $(-x - y)^2 + (x - y)^2 + (x - y)(-x - y) =$

**ΘΕΜΑ 22<sup>ο</sup>**

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α)  $a^3 + 7a^2 + 3a + 21 =$

β)  $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta - \alpha - \beta =$

γ)  $\mu\chi + \nu\chi + \alpha\chi - \mu - \nu - \alpha =$

δ)  $(x - 4)^2 - 25 =$

ε)  $36y^2 - (2x - y)^2 =$

στ)  $4a^2(\beta^2 - 1) + 4\beta^2(1 - \beta^2) =$

**ΘΕΜΑ 23<sup>ο</sup>**

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

β) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$a^2\beta^2x^4 - (\alpha^4 + \beta^4)x^2 + \alpha^2\beta^2 =$$

**ΘΕΜΑ 24<sup>ο</sup>**

Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

α)  $\frac{3x+6}{x^2} \cdot \frac{5x}{x+3} =$

β)  $\frac{a^2-\beta^2}{3\alpha+6\beta} \cdot \frac{4a+8\beta}{2a+2\beta} =$

γ)  $\frac{2a-1}{a-\beta} \div \frac{5-10a}{3\beta-3a} =$

δ)  $\frac{a^2-9}{2a-10} \div \frac{3-a}{15-3a} =$

**ΘΕΜΑ 25<sup>ο</sup>**

Η γενική μορφή της εξίσωσης β' βαθμού είναι:  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ , με  $\alpha \neq 0$

α) Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$\Delta = \dots\dots\dots$  ( όπου  $\Delta$  η διακρίνουσα)

$x_{1,2} = \dots\dots\dots$  (όπου  $x_{1,2}$  οι λύσεις της εξίσωσης )

β) Πώς η διακρίνουσα καθορίζει την ύπαρξη και τον αριθμό λύσεων της δευτεροβάθμιας εξίσωσης;

**ΘΕΜΑ 26<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB \parallel \Gamma\Delta$

Να υπολογίσετε το  $\chi$ .

